

## 初等複素関数の特性に関するWBT開発とその評価

藤井 康寿<sup>1)</sup>・板倉 俊介<sup>2)</sup>・中川 建治<sup>3)</sup>

本研究では、破壊力学などの工学分野で重要である初等複素関数の特性に関して、教育効果が発揮されると期待できるWBT (Web-based training) を開発したので報告する。具体的に開発した教材は、思考領域と描画領域とで構成されるメイン教材と、4種類の描画手法によって表示された複素関数の特性曲面をライブラリーとして追加したサブ教材である。さらに、学習者がこの教材を利用し終えた後に、アンケート方式の評価システムにも誘い、教材に対する評価および理解度を5段階で回答してもらうフィードバック機能も備えている。評価システムによる集計結果を検討した結果、次のような結論を見出せた。すなわち、インタラクティブな操作性を有する本WBT教材が良好な評価を得たことが判明した。しかし、一方で、初めて利用する学習者に対しては、教科書(あるいはテキスト)に相当するWBT教材の作成や、誤回答時にヒントや詳細な説明文を新たな機能として追加する必要があることが明らかになった。

### キーワード

初等複素関数、WBT (Web-based Training)、Web3D、評価システム

### 1. はじめに

近年のITの急速な発展により、「ブロードバンド」という言葉がごく日常でも使われるようになりつつある。コンピュータのブロードバンド化とインターネットの普及により、アナログ回線やISDN (Integrated Services Digital Network) 回線のナローバンドでは困難であった動画コンテンツの配信が可能になり、テレビやDVD並みの品質で伝達されるようになった。教育の分野においては、講義の映像や講義資料を同時に、かつリアルタイムに配信する学習環境(同期)(関ほか 2002)や、それらの配信されたコンテンツを蓄積し、Webを介して学習コンテンツとして「欲しい人が、欲しい時に、欲しい分だけ利用する」といったWBT (Web-based Training: インターネットを利用した研修)形式での学習環境(非同期)も可能となった。こうした同期、非同期によらずにWebコンテンツを用いて学習する形態をe-learningと呼んでいる。

一方、これまでの講義形態は教官が聴講する学生に対して、場所や時間を拘束して教授する講義形態が一般的であった。これに対してe-learningは場所・時間にとらわれず、いつでも、どこでも、個人の学習環境および進

捗状況に応じて学習することが可能である。しかも、非同期でWeb上で提供されるWBT形式の場合は学習者が反復利用することができ、効果的な教育手段となる(藤井ほか 2004)。既に大学及び企業ではこのようなe-learningの利便性に着目し、積極的に取り入れ活用しつつある(不破ほか 2002)。

著者らは、工学分野の破壊力学問題で重要な亀裂先端部(以後、亀裂をクラックと呼称する。)の応力集中問題を取り扱うために複素変数で構成される複素応力関数を活用している(藤井ほか 1994)。誘導した解析関数は、クラック近傍で分岐を持ち多価性を有することになるので、これを一価関数とするためには、後述の描画結果(5.3節参照)に見られるRiemann面と呼ばれる1次元複素多様体(3次元図形)の概念が必要になる(殿塚ほか 1999)。分岐問題に代表される複素関数を工学的な応用例に展開させる前に、その根底に内在する数学的理論や特性を簡単でしかも繰り返し学習できる手法を開発することは極めて教育的効果が発揮されるものと期待できる。また、学習者が数式でしか表されていないような関数特性に関して、Web上でインタラクティブな操作で容易に理解できる教材を提案することは、体験学習の効果も期待できる(白井 2001)。

本研究では上述の破壊力学を取り扱う工学分野では必須の初等複素関数の特性に関して、次に示すような教育的な配慮を加えたWBTを開発した。具体的には、藤井ほか(2004)によって提唱されたWBTの継続発展させたもので、思考過程領域と描画領域とで構成されるメイ

<sup>1)</sup> 東海女子大学人間関係学部

<sup>2)</sup> 真柄建設

<sup>3)</sup> 名城大学理工学部

ン教材と4種類の描画手法によって表現された複素曲面をライブラリーとして公開するサブ教材を開発した。思考過程領域では、式を用いた各種公式及び定理等に関する項目をe-learningの利便性を活かしたドリル型CAI (Computer Assisted Instruction) の形式で開発した。描画領域は、関数特性の1つである鞍点や分岐点をインタラクティブな操作が可能な3次元図形として教材内に組み込み、同一画面上で3次元図形をマウスで操作して観察しながら特性を検証した上で設問に対する答えを入力できるWebページを開発した。サブ教材では、「Java Applet (<http://wwwvis.informatik.uni-stuttgart.de/~karaus/LiveGraphics3D/>)、VRML (Virtual Reality Modeling Language: 仮想現実モデル化言語) (VRML 1997)、Gif Animation および Java View (<http://www.javaview.de/>)」の4種類の描画手法を活用することにより、初等複素関数の特性をWebページ上でインタラクティブなWeb3Dコンテンツとして追加し、学習者が好きな描画結果を選択し観察および関数特性を把握できるようにした。さらに、開発したWBT教材が我田引水なものとならないよう教材の評価および各自の理解度を回答するアンケートを設け、開発した一連のWBT教材を構築したサーバー内に転送して、イントラネットの形態ではあるが実践投入を試み、回答されたアンケート結果を分析・調査して一定の評価結果を見出せたので報告する。

## 2. 先行研究の一例および本WBT教材の目的と特徴

岡本ほか(2004)は、大学生の数学的概念理解を支援するWebベースの仮説検証型学習コンテンツを開発し、その教育効果を実験的・実証的に検証している。その中で、高等数学で扱う抽象的概念の理解のプロセスが顕在化されにくいことを明言している。この数学的概念を修得するため、可視化可能な学習モジュールの開発を行い、講義および演習後の補修教材として開発したシステムの検証を行った。その結果、能動的な学習意欲を引き出す効果は実証できたが、視覚的なイメージと数式の一般的な特性とを関連付けることができない学生がいることが判明して、システムの有効性を検証するまでには到らなかったことが報告されている。このことは、数学的な概念の理解には、CGを用いた方法が効果的であると主張している一方で、開発したシステムの操作性の問題から有効性(抽象的な概念的の理解を知識として修得すること)を確認するまでには到っていない状況であると考えられる。

本研究では、岡本らが提唱した数学的概念や特性の理解にはCGを用いた教材システムを開発するという考え方に準拠しながらも、知識の修得と特性の理解にコンセプトの重点を置いた。具体的には、知識の修得には思考過程領域のWeb教材がその役割を担い、数学的な特性

を修得するには、その特性を3次元描画した曲面をWeb上に展開することを図り、かつ、インタラクティブな操作性を機能として追加して、描画された特性曲面を検証しながら同一Webページ内に設けた問題に答える描画領域を提供する学習形態である。さらに、サブ教材では、特性が異なる関数曲面をWeb上に単独で表示して検証することが可能であったり、いくつもの特性曲面を横並びにWeb上に表示して、特性の違いを観察・検証することができる教材を作成した。このように、学習者の理解力を高めるために関数特性の違いを、さまざまな表示法(本研究では4種類を提供)を活用して提供することにより、その中から学習者が取捨選択して各自の学びのスタイルから、数学的な特性の修得を促すシステムを考案して開発した。

## 3. 活用した関数と表示法

本研究で活用した関数は、表1に示す複素変数 $z$ で表される初等複素関数の代数関数と超越関数である。

表1 各種関数

$\omega = f(z) = u + iv$	$u$	$v$
べき乗関数 $z^2$	$x^2 - y^2$	$2xy$
べき乗根 $\sqrt{z}$	$r^2 \cos 2\theta$	$r^2 \sin 2\theta$
対数関数 $\log z$	$\log \sqrt{x^2 + y^2}$	$\tan^{-1}(y/x)$

表1には後述する複素関数の特性を表す代表的な3例(鞍点、代数分岐点、対数分岐点)のみを採用している。その他、べき乗関数 $z^n$  ( $n=3, 4$ )、指数関数、三角関数、双曲線関数なども描画して検討を行ったが、紙面の都合上、割愛した。

表1に示す関数において複素数 $z = x + iy$ を用いるため、その値は $\omega = f(z) = u + iv$ となり、

$$(Re z, Im z, Re \omega, Im \omega) = (x, y, u, v)$$

が作る実4次元空間となる。しかし4次元空間を表現することは困難であるため、4変数 $x, y, u, v$ のうち3変数を用いた3次元曲面として描画した。すなわち、実数曲面、虚数曲面および補遺で詳述している複素関数の特性の一つであるRiemann面(寺澤 1959)と呼ばれる1次元複素多様体を図示した。

## 4. WBTで実現した学習形態

本研究では以下に示す項目をWBTに組み込み、初等複素関数の特性の導入からフィードバックが得られるまでのシステムを兼ね備えた教材開発を行った。

- 1) 自学自習が可能なWebページシステムの実現
- 2) インタラクティブな操作が可能な3次元曲面のWeb

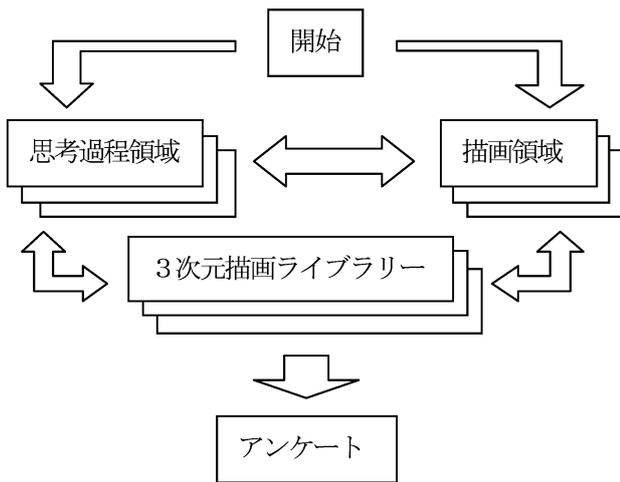


図1 教材構成の概略

ページ内への組み込み

- 3) 解析により得られた描画結果を、Web上に展開可能な4種類の表示法とその組み合わせにより多角的な観察および検証を実現するライブラリーとして活用可能なサブ教材の開発
- 4) サーバーを用いた評価システムの構築

具体的には、教材を思考過程領域、描画領域、3次元描画ライブラリーの3つのセクションに分割してそれぞれ開発した。

開発した教材の構成の概略は、図1に示すように3つのセクションに分割して、独自に開発した教材を相互に関連付けることができるように、開始画面から学習したいセクションをラジオボタンで自由に選択して学習できるようなシステムを構築して、最後にはアンケートを設けた。次節以降、本研究で開発した3つのセクションの役割を詳述する。

#### 4.1 思考過程領域

思考過程領域では、複素関数論で記述されている定理、方程式、原理、性質などの基礎知識を習得するドリル型CAI形式を採り、解答方法には図2に示すラジオボタン、コンボボックス、直接入力などの解答方法を採用して、

<ラジオボタン>      <コンボボックス>

代数分岐点  
 対数分岐点

<直接入力>

点  $z$  を  という。

図2 解答方法の例

バラエティーに富んだ問題形式を作成した。このような教材開発を実現するために、入力箇所はJavaScriptで行い、入力した値の正誤の判定はJavaで行うことができる教材開発支援ソフト「インタラクティブスタディー」(<http://www.study.gr.jp>)を用いた。

#### 4.2 描画領域

描画領域では、主に複素関数の実数曲面、虚数曲面、Riemann面を「Java Applet、VRML、Gif AnimationおよびJava View」を用いて3次元図形をWeb上に表示して教材内に組み込むことにより、回転や拡大・縮小など、学習者はマウスを動かすだけでいろいろな角度から観察したり、動かしたり、3次元仮想空間内を歩き回るといったインタラクティブな操作を実現した。

##### 4.2.1 3次元図形の生成手順

マウスによるインタラクティブな操作が可能な初等複素関数の特性のWeb3Dは図3に示す流れに沿って作成し、描画された図形をWebコンテンツとしてWBT内に組み込んだ。

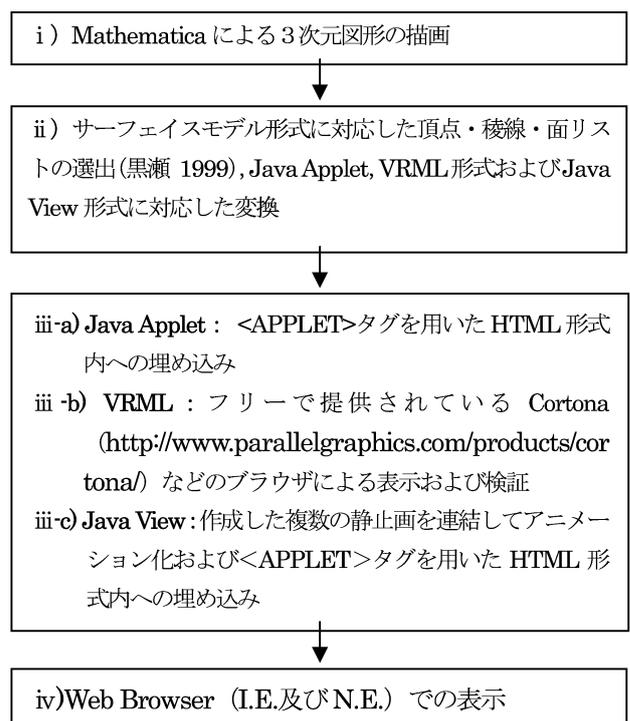


図3 3次元図形の生成手順

##### 4.2.2 描画領域への組み込み

WBTには、図4に示すような形で複素関数の特性に関する設問部分とその特性を表す曲面の観察部分を同一ページ内に組み込み、教科書に記載されている複素関数の特性の2次元世界では理解し難かった複素特性の視覚的理解を促す。

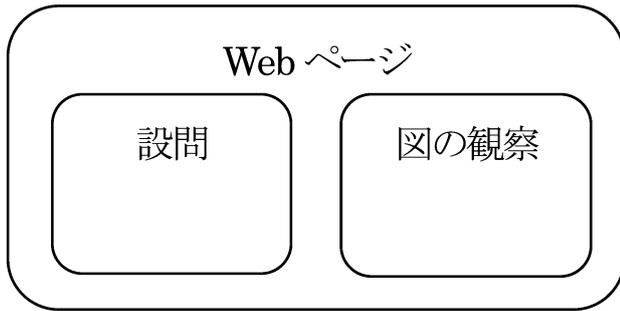


図4 描画領域の構成

### 4.3 3次元描画ライブラリー

学習者が好きな手法の選択により表示結果を観察できるように、先に述べたJava Applet、VRML、Gif Animation、Java Viewの4種類の描画手法を、サブ教材として教材開発を行った。

4種類の描画手法には表2に示すような特徴があり、4種類のサブ教材を同じ構成で用意することで、利用者がそれぞれの図形観察に適した描画手法を選択することができるよう便宜を図った。また、関数の種類ごとに観察するだけでなく多価性や分岐点といった複素関数の主な特性にも着目して観察できるようにした。これにより他の関数との関連性、特性の相違を容易に検証できるようにした。

表2 各描画手法の特徴

作用	Java Applet	VRML	Java View	Gif Animation
拡大・縮小	○	○	○	×
回転	○	○	○	×
アニメーション機能	×	×	○	○
ロールオーバー効果	×	×	×	○

## 5. 開発結果および考察

本章では、4章で提案したWBTで実現する学習形態に沿って作成したWBT教材の開発結果の一例を提示し考察を行う。開発した教材はInternet ExplorerなどのWebブラウザで表示できる画面を基本単位として、次節で説明する「思考過程領域」では14頁、「描画領域」では7頁、「サブ教材」では4種類×8頁で合計53頁を開発した。

### 5.1 思考過程領域

複素関数の特性に関する定理、方程式、原理、性質などの基礎知識を習得するドリル型CAI方式を採り、様々な解答方法を活用して、バラエティーに富んだ問題形式を作成した。例えば、図5は「Cauchy-Riemannの方

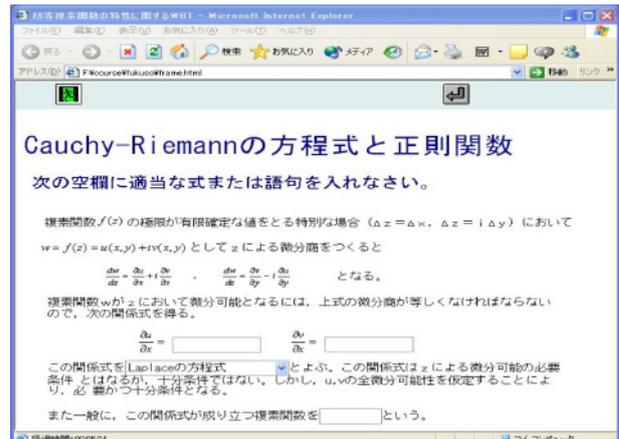


図5 思考過程領域のページ

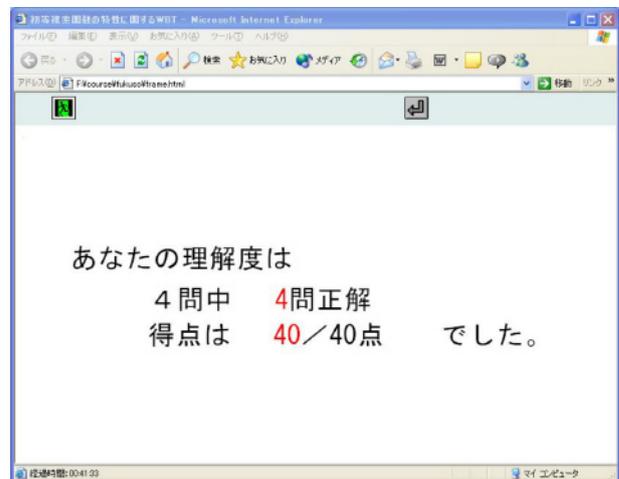


図6 得点表示画面

式と正則関数」について学習するページであるが、ここでは、複素関数を学習する上で最も重要な関係式といえるCauchy-Riemannの関係式の誘導および正則関数とはどんな関数であるかを問うページにした。解答方法は、数値や語句を直接入力する箇所と関係式の名前をコンボボックスにより複数の選択肢の中から1つ選択する箇所を設けた。

また、問題を解答した後に画面右上のリターンキーをクリックすることにより図6に示すように、ページごとの正答数および得点を表示する仕組みを構築した。これにより、各自の理解度がすぐに把握でき、自学自習の効果を発揮する教材を提供できると考えられる。

### 5.2 描画領域

一般に教科書等で記述している複素関数の特性は、数式を示し、その理解を促すために2次元の概念図を描画している。しかし、本研究で開発した描画領域は実4次元空間を構成する4変数の中から3つを取り出し、実数、

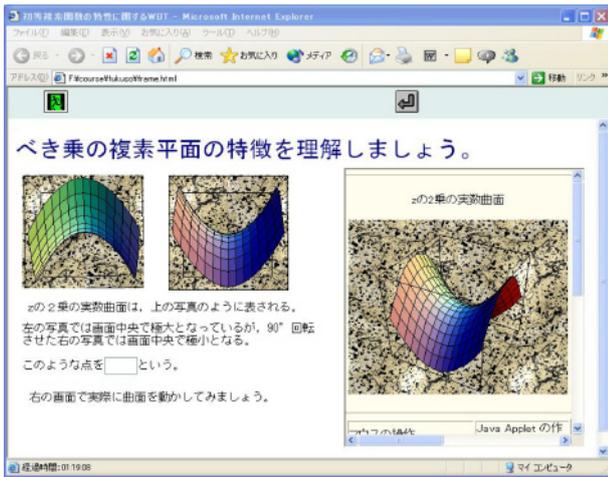


図7 べき乗の鞍点を学習するページ

虚数曲面およびRiemann面や関数特性の1つである分岐点や鞍点を、インタラクティブな操作が可能な3次元図形（本教材の描画領域では比較的操作が容易なJava Appletを用いて描画した）で表現した。また、その3次元図形を図4に示す構成で教材内に組み込み、同一画面上で特性に関する設問に対して図形を操作して観察しながら答えを入力する問題形式を実現した。

図7はべき乗関数 $z^2$ の実数曲面である。この曲面は双曲放物線と呼ばれるものであるが、馬の鞍に似ているため $x=0, y=0, u=0$ の点は鞍点と呼ばれる。べき乗関数における特性として代表的な鞍点も、本教材ではマウスを使って画面右の3次元図形を回転させることが可能なので、学習者が実際に図形を回転させて鞍点の位置、特徴を視覚的に捉えることができる。

### 5.3 3次元描画ライブラリー

3次元描画ライブラリーは、Java Applet、VRML、Gif Animation、Java Viewを用いて描画結果を個々に教材開発を行い、学習者が好きな描画手法を選択して学習できるようにした。教材構成は図8に示すように4種類共通となり、最後に表示される描画結果のみが異なる。

各教材内では、図9に示すように複数の曲面を一度に表示するか、ひとつずつ表示するかをラジオボタンにより選択することで、特性の比較に重点を置いたり、観察に重点を置くことも可能にした。

また、べき乗根のRiemann面などでは、図10に示すようにJava Viewのアニメーション機能を活用することにより、曲面の生成過程を同時進行で比較観察が可能となる。

さらに、3次元描画ライブラリーでは、関数ごとに着目して3次元図形を観察する他に、分岐点および多価性などの複素関数の重要な特性に着目して観察することも可能である。図11はべき乗、べき乗根および対数関数



図8 3次元描画ライブラリーの構成

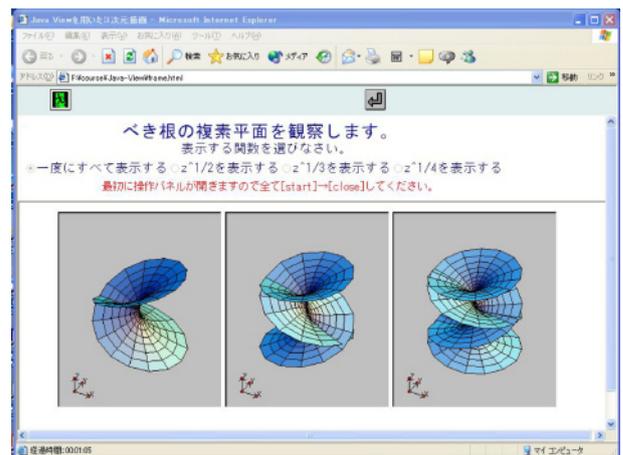


図9 べき乗根のRiemann面を比較するページ

を用いて複素関数の多価性を比較するページである。このページでは1価、2価、3価および無限多価のRiemann面を並べて比較することができる。VRMLの特長を活用して3次元描画すると、学習者は構築された3次元仮想空間内を図12に示すように曲面を真上や真横から観察することが可能となり、多価性を持った関数の曲面を容易に比較および検討ができる。

本節では、個々のページに最も適していると思われる描画手法の例を挙げて紹介したが、本節の最初にも述べたように4つのサブ教材の構成は共通しており、いずれのページも4つの描画手法による結果を観察することができる。また、活用した4つの描画手法は第4章で述べたサーフェイスモデル形式による図化手法であるため、いずれの描画結果も全く同一曲面を提示することができ

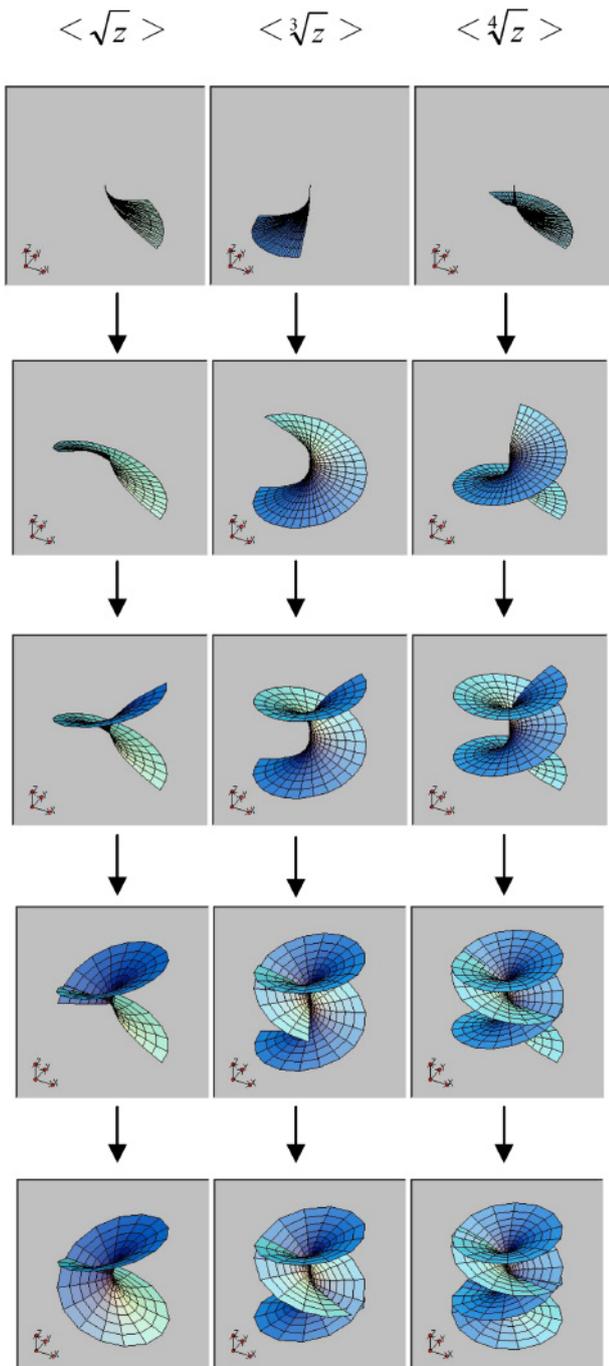


図10 Java Viewによる代数分岐点のアニメーション

る。よって学習者が個々の関数の観察に適した描画手法を自ら選択できるのである。

#### 5.4 アンケートによる教材評価

WBTを利用したe-learningは既に実用の段階にある。しかし、研究としての開発を行うだけではなく、講義への活用や開発したWBTに対するアンケートを行ってフィードバックすることが重要である。本研究では第4章でも述べたように、作成した教材が我田引水なものとならないように、教材の最後に図13に示すフォーマッ



図11 多価性を持つ関数の曲面を比較するページ

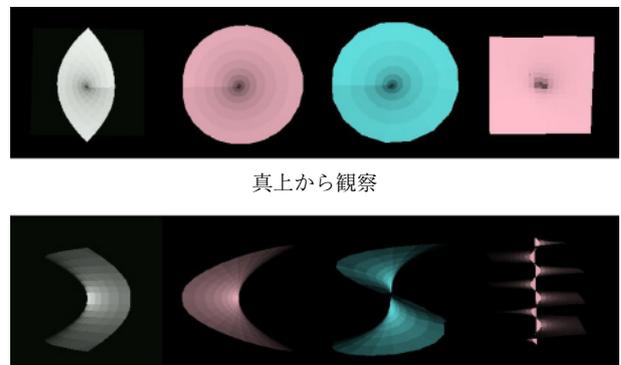


図12 VRMLの機能を用いて操作した画面

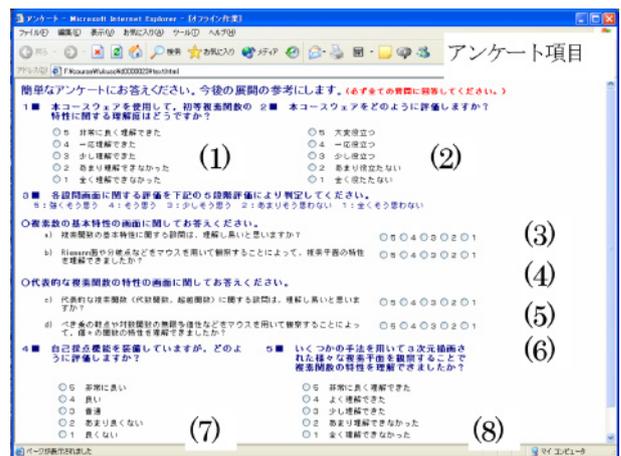


図13 アンケート画面

トのアンケート（具体的なアンケート評価項目は、表3に掲載）を用意し、学習者が教材に対する評価および理解度を5段階で回答することにより分析・調査して今後の教材開発の参考にする。回答されたアンケート結果は当研究室内に構築したWebサーバー [Windows®XP

表3 アンケート評価項目

(1) 本コースウェアを使用して、初等複素関数の特性に関する理解度はどうですか 5. 非常に良く理解できた 4. 一応理解できた 3. 少し理解できた 2. あまり理解できなかった 1. 全く理解できなかった
(2) 本コースウェアをどのように評価しますか 5. 大変役立つ 4. 一応役立つ 3. 少し役立つ 2. あまり役立たない 1. 全く役立たない
(3) 複素関数の基本特性に関する設問は理解し易いと思いますか
(4) Riemann面や分岐点などをマウスを用いて観察することによって、複素曲面の特性を理解できましたか
(5) 代表的な複素関数(代数関数、超越関数)に関する設問は理解し易いと思いますか
(6) べき乗の鞍点や対数関数の無限多価性などをマウスを用いて観察することによって、個々の関数の特性を理解できましたか ※(3)～(6)は 5. 強くそう思う 4. そう思う 3. 少しそう思う 2. あまりそう思わない 1. 全くそう思わない
(7) 自己採点機能を装備していますが、どのように評価しますか 5. 非常に良い 4. 良い 3. 普通 2. あまり良くない 1. 良くない
(8) いくつかの手法を用いて3次元描画した様々な複素曲面を観察することで複素関数の特性を理解できましたか 5. 非常に良く理解できた 4. よく理解できた 3. 少し理解できた 2. あまり理解できなかった 1. 全く理解できなかった

professionalのWebサーバソフトであるIIS(Internet Information Server)とTomcat4(<http://www.ingrid.org/jakarta/tomcat/>)との連携により構築]を介して集められたデータをCSV(Comma Separated Value)ファイルに変換して集計を行った(補遺表5参照)。

#### 5.4.1 被験者とアンケート項目

開発したWBT教材は複素関数の特性を学習する教材である。学習対象者は限定していないが、試験運用に際して、被験者は一通り複素関数論[正則関数、複素積分法、コーシー積分、留数、フーリエ変換など、工学の諸問題を解決するための内容]を履修した大学生に限定し、M大学とG大学の有志の学生諸氏(計25名)に協力を得た。

またアンケート項目は以下に記載するように、大きく4つの設問グループに分けた。すなわち、教材全体に対する評価および理解度[評価項目(1)、(2)]、思考過程領域に対する理解度[評価項目(3)、(5)、(7)]、描画領

域に対する理解度[評価項目(4)、(6)]、3次元描画ライブラリーに対する理解度[評価項目(8)]である。全ての設問は5段階評価で与える選択形式を採用して実施した。また、利用者は、本教材終了時には必ず本アンケートの全設問に対して回答しないと終了できないような仕組みとして、アンケートの強制力を高めた。

#### 5.4.2 アンケート結果および考察

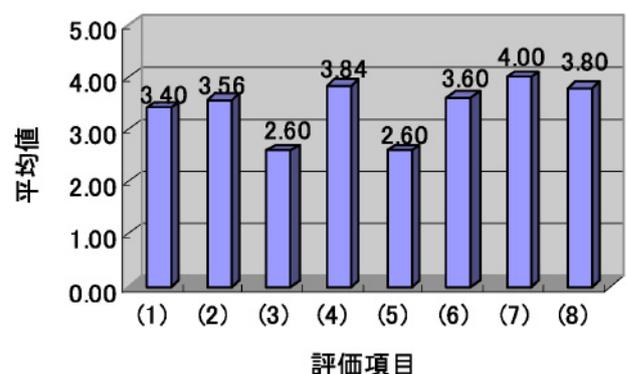
アンケート結果の中で(3)、(5)、(7)の項目について考察を行うと次のように推察される(表4参照)。これらは思考過程領域に対する評価および理解度に関する項目であり、この中で設問(3)、(5)は複素関数の特性を解答する部分であり、平均値はいずれの場合も2.60の低い結果となった。これは複素関数の問題を解くにあたり教科書的なものを備えていない点および数学記号( $\partial$ や $\nabla$ など)の数式入力の不備な点などが主な理由として考えられる。しかし、設問(7)に見られるように、問題の解答後に正答数と得点が表示される機能を備えたことは評価(平均値4.0)されており、理解度を表す十分な指標であると言える。学習者はこの段階で再度同一問題にチャレンジして満点を目指すことが可能であることも評価されたと考えられる。

次に設問(4)、(6)の描画領域に対する評価および理解度に関しては、平均値が3.84および3.60の結果を得た。これは複素曲面を自らマウスを用いて多方向から観察しながら解答できることが評価の理由として考えられる。しかし、使用に際してのWeb上の説明文が不十分であったことが高い評価にはならなかったと考えられる。

設問(8)の3次元描画ライブラリーに対する評価および理解度に関しては、平均値3.80の結果を得た。4種類の描画手法を選択して比較できる点、関数単位だけでなく多価性等の複素関数の特性に着目して観察できる点が評価されたものとする。しかし、表示された図と関数の関係を明示する文章を欠落させたため、点が下がったと考えられる。

以上を踏まえた教材全体に対する評価および理解度

表4 アンケート結果の平均値



(1)~(8)は総合すると平均値3.43となり、アンケートの母体数は多いとは言えないが良好な評価を得た。しかし、今後本教材をより良いものとするためには、低い評価を得た思考過程領域の部分を改良する必要がある。具体的な改良案としては、自学自習を目的に開発する教材であれば、教科書に相当するものを併せて用意するか、誤回答時にヒントや詳細な説明文を具備する機能を保持させる等の措置が必要であると考えられる。ただし、講義において既に履修済みであれば自学自習教材として十分な機能を備えていると考えられる。

## 6. 結論

近年のITの発展による講義形態の変化や求められる学習内容の変化を背景に、著者らは初等複素関数の特性に関してe-learningの利便性を活かしたWBT開発を行ってきた。具体的には第3章において本教材で取り上げた関数とその表示方法について述べ、第4章ではWBTで実現する学習形態を提案し、第5章では実際に開発した教材の一例を示すと共に考察を行った。また、開発した教材の有効性を確認するためのアンケートを教材の最後に追加し、試験運用に参加した被験者のアンケート回答結果を集計し分析することにより今後のWBT開発に関する研究課題を見出した。

第5章でも述べたが、アンケートを実施することにより本教材の評価された点および改良すべき点がいくつか推察された。これにより研究目的のひとつである教材へのフィードバックを図るシステムを実現したと言える。そして今後は、開発した教材をWebページ上に公開することによりさらに多くの方から様々な意見や提案を集約することができるものと期待される。今までの研究としてのWBT開発から前進し、開発した教材をより実用的なものへと改良していくことが今後の検討課題であると考えられる。

### 参考文献

- [1] 藤井康寿、加藤大典、青木宏樹、中川建治、“解析関数を用いたSaint-Venantのねじり問題を教育するWBT開発とその評価”、コンピュータ&エデュケーション、Vol. 16、pp.60-68、2004。
- [2] 藤井康寿、中川建治、“面内引張りを受ける境界面亀裂問題の応力関数”、土木学会論文集、No. 502/V-25、pp.23-32、1994。
- [3] 不破 泰、師玉康成、和崎克己、中村八東、“信州大学インターネット大学院計画について”、教育システム情報学会誌、Vol. 19、No. 2、pp.112-117、2002。
- [4] 黒瀬能幸、“3次元図形処理工学”、共立出版株式会社、pp.2-5、pp.75-77、1999。
- [5] 岡本真彦、高橋哲也、川添 充、木村英司、岡田 真、“仮説検証型数学教育システムの開発・評価研究”、電気

通信普及財団研究調査報告書第19号、pp.132-139、2004。

- [6] 関 一也、岡本敏雄、“e-learning時代のネットワーク会議システム”、教育システム情報学会誌、Vol. 19、No. 3、pp.190-193、2002。
- [7] 白井宏明、“体験学習のためのゲーミングシミュレーション教材の試作”、教育システム情報学会誌、Vol. 18、No. 1、pp.34-41、2001。
- [8] 寺澤寛一、“自然科学者のための数学概論”、岩波書店、1959。
- [9] 殿塚 勲、河村哲也、“理工系の複素関数論”、東京大学出版会、1999。
- [10] VRML, ISO/IEC 14772, 1997。

### 補遺

#### [1] 1次元複素多様体であるRiemann面に関する説明

Riemann面について、べき乗根 $\omega = \sqrt{z}$ を例に用いて説明する。この関数は $z$ のある値に対して2つの異なる値 $\omega_1$ 及び $\omega_2$ ( $\omega_2 = -\omega_1$ )が対応することから、2価関数である。

$z$ が $\theta$ を0から $2\pi$ を経て $4\pi$ まで変化することを示すには、図14に示すように2枚の複素平面(1)、(2)を原点Oから正の実数軸に沿って切断し、(1)の切り口の下端と(2)の切り口の上端とを続け、(2)の下端と(1)の上端とを続けたものを考える。このような面の上で、例えば切断を入れた実軸上の点Aから出発して、曲面(1)を原点を中心として $2\pi$ 周る。すると実軸に達した時に、いつのまにか曲面(2)に移行している。さらに曲面(2)を $2\pi$ から $4\pi$ まで周り、実軸に達すると再び(1)の面に戻る。即ちAから出発して再びAに戻るために原点を2回周るのである。このように2枚の $z$ 面を適当に接続して、その上の1つの点を $\omega$ 面上の1つの点へ連続的にかつ一対一で結び付け、一価関数のように表現するような面を周知のようにRiemann面という。

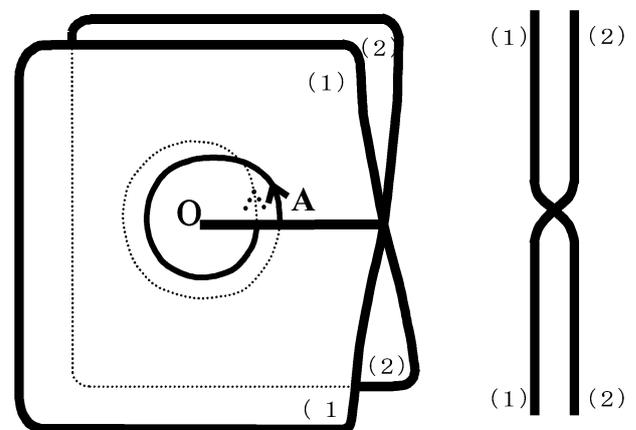


図14  $\omega = \sqrt{z}$  の Riemann 面 (イメージ)

[2] アンケートデータ

試験運用によるアンケート結果を表5に示す。

表5 アンケート集計データ (CSVデータ)

	評価項目							
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
1	4	3	2	4	3	4	3	4
2	2	3	1	1	3	1	3	3
3	5	4	4	5	3	4	4	4
4	3	2	2	2	1	2	3	3
5	1	3	1	3	2	2	4	1
6	2	1	1	3	2	3	4	3
7	3	5	2	4	2	5	5	5
8	4	3	4	5	5	4	5	4
9	3	4	2	3	2	3	5	3
10	3	2	2	4	2	4	4	5
11	5	4	3	4	4	5	4	5
12	4	4	5	5	3	4	5	4
13	4	5	3	4	2	3	5	4
14	4	3	2	5	3	5	2	5
15	5	4	4	5	4	4	4	4
16	1	3	1	2	1	2	3	2
17	4	4	3	4	2	4	5	5
18	5	4	5	5	3	4	4	4
19	4	5	3	4	2	5	5	3
20	5	4	3	5	3	4	4	5
21	2	2	1	3	1	3	3	2
22	3	4	2	4	2	5	4	4
23	2	3	2	4	2	3	3	5
24	4	5	3	5	4	4	4	4
25	3	5	4	3	4	3	5	4



藤井 康寿

昭和61年岐阜大学工学部建設工学科卒業。昭和63年岐阜大学大学院工学研究科土木工学専攻修士課程修了。岐阜大学助手、助教授、東海女子大学教授。博士(工学)。教育システム情報学会、土木学会、CIEC(コンピュータ利用教育協議会)各会員。

板倉 俊介

平成14年岐阜大学工学部土木工学科卒業。真柄建設株式会社北陸本店技師。土木学会会員。



中川 建治

昭和36年名古屋工業大学土木工学科卒業。昭和38年京都大学大学院工学研究科土木工学専攻修士課程修了。名古屋大学助手、講師、山口大学助教授、岐阜大学助教授、教授を経て、平成13年3月定年退職。岐阜大学名誉教授。平成13年4月より、名城大学理工学部建設システム工学科教授。工学博士。土木学会、日本建築学会、日本材料学会、日本コンクリート工学協会各会員。

# Web-based Training development on the characteristic of primary functions of complex variable and its evaluation

Kouju Fujii<sup>1)</sup> · Shunsuke Itakura<sup>2)</sup> · Kenji Nakagawa<sup>3)</sup>

In this paper, Web-based Training (i. e. WBT) which could expect teaching effectiveness on the characteristic of primary functions of complex variable has been developed. Concretely, developed teaching material is main teaching material composed of thought region and drawing region. And, it is sub teaching material added taking characteristic curved surface of many functions of complex variable as a library using 4 kinds of drawing techniques. In addition, it is also induced in the evaluation system of questionnaire method, after the learner utilizes this teaching material. For this evaluation system, the feedback function which carries out the answer in 5 stages on evaluation and intelligibility for teaching material is equipped. As a result of analyzing the result of totaling by the evaluation system, following conclusions were find out. That is to say, it was proven that the this WBT teaching material with the interactive operability got the good evaluation. However, that there was the necessity of newly adding to the WBT teaching material in making textbook and hint and detailed description to be functioning, clarified for the learner whom it utilizes for the first time.

## Keywords

primary functions of complex variable, Web-based Training, Web3D, evaluation system

---

<sup>1)</sup> Faculty of Human Relations, Dept. of Child Study, Tokaijoshi University

<sup>2)</sup> Magara Construction Co. Ltd.

<sup>3)</sup> Faculty of Science and Engineering, Dept of Civil Eng., Meijo University